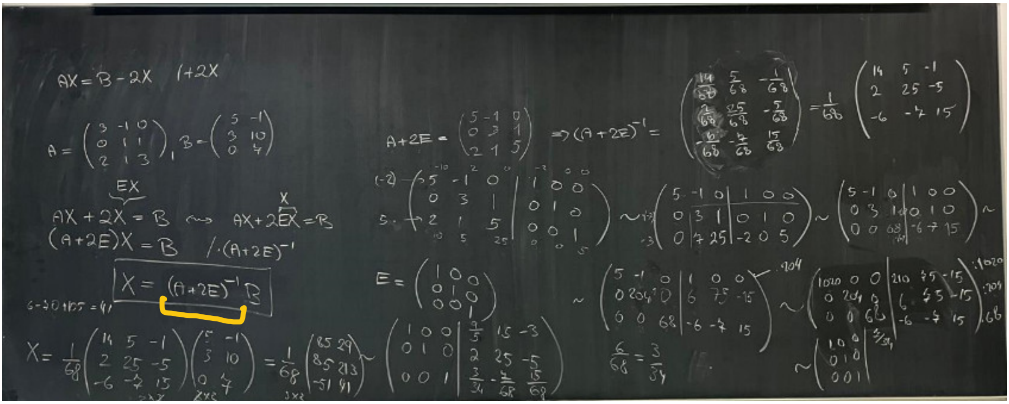


Hledáme $(A+2E)^{-1}$:

$$A+2E = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(A+2E)^{-1} = \frac{1}{\det(A+2E)} \cdot \mathrm{Adj}(A+2E)$$

adjungovaná matice

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Algebraické doplňky:

- $A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = (-1)^2 (3 \cdot 5 - 1 \cdot 1)$

  $= 1 \cdot (15 - 1) = 14$

- $A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$

  $= (-1) \cdot (-2) = 2$

$$A_{13} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -6$$

$$A_{21} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 5$$

$$A_{22} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 25$$

$$A_{23} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -7$$

$$A_{31} = (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{32} = (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$A_{33} = (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 15$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A+2E) = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$\begin{array}{lccc} & 5 & -1 & 0 \\ & 0 & 3 & 1 \\ & 2 & 1 & 5 \\ \text{I.}\ \ominus & 5 & -1 & 0 \\ \text{II.} & 0 & 3 & 1 \ \oplus \end{array}$$

$$= 75 + 0 + (-2) - 0 - 5 - 0 = 68$$

$$(A+2E)^{-1} = \frac{1}{\det(A+2E)} \cdot \operatorname{Adj}(A+2E)$$

$$= \frac{1}{68} \cdot \begin{pmatrix} 14 & 2 & -6 \\ 5 & 25 & -7 \\ -1 & -5 & 15 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{68} \begin{pmatrix} 14 & 5 & -1 \\ 2 & 25 & -5 \\ -6 & -7 & 15 \end{pmatrix}$$

$$X = (A+2E)^{-1} B$$

$14\cdot 5 + 5\cdot 3 + (-1)\cdot 0$

$$X = \frac{1}{68}\begin{pmatrix} 14 & 5 & -1 \\ 2 & 25 & -5 \\ -6 & -7 & 15 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 10 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{68}\begin{pmatrix} 85 & 29 \\ 85 & 213 \\ -51 & 41 \end{pmatrix}$$

15 b **Úloha 6** Vypočtěte limitu funkce $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2 - x - 12}{x + \sqrt{-6-5x}}$.

typ $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x\to -3} \frac{x^2-x-12}{x+\sqrt{-6-5x}} \cdot \frac{x-\sqrt{-6-5x}}{x-\sqrt{-6-5x}}$$

$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{(x^2-x-12)(x-\sqrt{-6-5x})}{x^2-(-6-5x)}$$

$$= \lim_{x\to -3} \frac{\overbrace{(x^2-x-12)}^{\text{rozklad na součin}}(x-\sqrt{-6-5x})}{\underbrace{x^2+5x+6}_{\text{rozklad na součin}}}$$

$$= \lim_{x \to -3} \frac{(x-4)\cancel{(x+3)}(x-\sqrt{-6-5x})}{(x+2)\cancel{(x+3)}}$$

$$= \lim_{x \to -3} \frac{(x-4)(x-\sqrt{-6-5x})}{x+2}$$

$$= \frac{-7\cdot(-3-3)}{-1} = \frac{42}{-1} = -42$$

Úloha 4 Je dána funkce $f(x) = \log_2(2-x)+3$ na svém maximálním definičním oboru. Načrtněte graf 'základní' funkce $f_z(x)$ a graf funkce $f(x)$ při stanovení:

(a) definičního oboru D_f,

(b) základní funkce $f_z(x)$, ↳ $f_z(x) = \log_2 x \;,\; x>0$

(c) transformačních vztahů pro proměnné x, y,

(d) vhodné čtveřice bodů $A_z, \ldots, D_z$ ležící na křivce $y = f_z(x)$, resp. odpovídající čtveřice bodů $A, \ldots, D$ ležící na křivce $y = f(x)$; nutno využít body $A_z, \ldots, D_z$ a části řešení (c),

(e) průsečíků křivky $y = f(x)$ se souřadnicovými osami (výpočet a označení v náčrtu),

(f) zjevných asymptot (existují-li, načrtněte je a doložte výpočtem podle části (c)).

(a) $2-x>0$

$x<2$

$D_f = (-\infty, 2)$

(b) $f_z(x) = \log_2 x$

$f:\; y = \log_2(2-x)+3$

$y-3 = \log_2(2-x)$

(c) $x' = 2-x$

$y' = y-3$

(d) $A_z = [2, 1]$

$B_z = [1, 0]$

$C_z = [8, 3]$

$D_z = [4, 2]$

$f_z(2) = \log_2 2 = 1$

mocniny 2

$f_z(1) = \log_2 1 = \log_2 2^0 = 0$

$\log_2 4 = \log_2 2^2 = 2$

$\Downarrow$

$\left.\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x' = 0 \\ y' = -2 \end{array}$

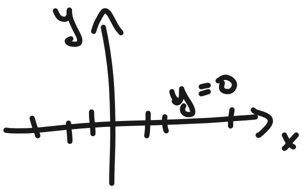
$A = [0, -2]$

$B = [1, -3]$

$C = [$

$D = [$

$$\boxed{\begin{array}{l} x' = 2 - x \\ y' = y - 3 \end{array}}$$



e) <u>průsečík s osou x:</u>

$\boxed{y = 0}$ $\rightsquigarrow$ $0 = \log_2(2-x) + 3$

$-3 = \log_2(2-x)$

$2^{-3} = 2 - x$

$\frac{1}{2^3} = 2 - x$

$\frac{1}{8} = 2 - x$

$x = 2 - \frac{1}{8}$

$x = \frac{16}{8} - \frac{1}{8}$

$x = \frac{15}{8}$

průsečík s osou x

$P_x = [\frac{15}{8}, 0]$

průsečík s osou y:

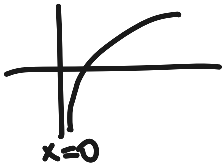
$\boxed{x=0} \rightsquigarrow \quad y = \log_2(2-0) + 3$

$y = (\log_2 2) + 3$

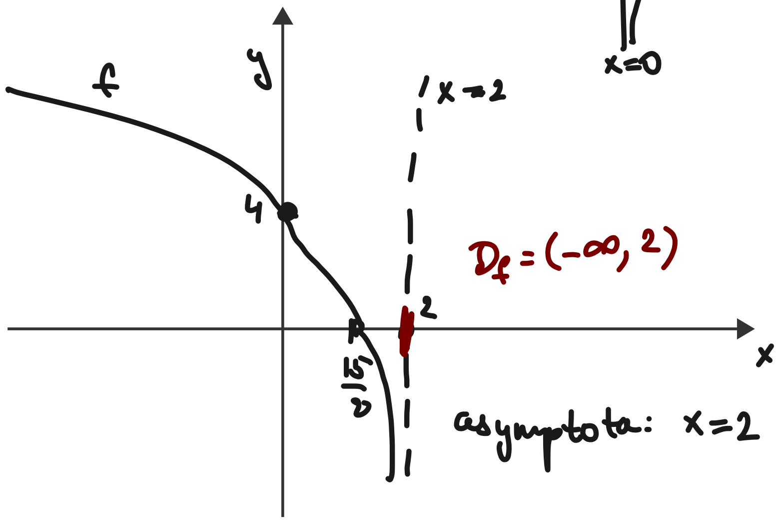
$y = 1 + 3$

$y = 4$

$P_y = [0, 4]$



f)



$D_f = (-\infty, 2)$

asymptota: $x=2$